

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ASTRA-HAIMOVICI”
Etapa locală, 25.02.2022
Filiera tehnologică
Clasa a XI-a

1. (7p) La un campionat de fotbal s-au format grupe de câte 4 echipe. Echipele fiecărei grupe au jucat meciuri acasă și în deplasare. Pentru un meci câștigat s-au acordat 3 puncte, pentru un meci egal s-a acordat un punct, iar pentru un meci pierdut nu s-a acordat niciun punct. În tabelele de mai jos sunt precizate meciurile celor trei echipe ale grupei I din campionat, astfel:

Acasă	Meciuri câștigate	Meciuri la egalitate	Meciuri pierdute
Echipa 1	0	2	1
Echipa 2	1	1	1
Echipa 3	2	1	0
Echipa 4	1	0	2

Deplasare	Meciuri câștigate	Meciuri la egalitate	Meciuri pierdute
Echipa 1	1	1	1
Echipa 2	2	0	1
Echipa 3	0	2	1
Echipa 4	1	1	1

Stabiliți care va fi clasamentul grupei?

2. Se consideră matricea $(x) = \begin{pmatrix} 1 - 3x & -2x \\ 6x & 1 + 4x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$.

(1p) a) Calculați $\det A(2)$.

(3p) b) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y + xy)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

(3p) c) Arătați că $A^2(x) = A((x + 1)^2 - 1)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & x \in (-\infty; 0] \\ \frac{3x^2 + 2x - m}{x + 2}, & x \in (0; +\infty) \end{cases}$, unde $m \in \mathbb{R}$.

(3p) a) Determinați parametrul real m pentru care funcția f este continuă în 0.

(4p) b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției.

4. Se consideră funcția $f_k: (-\infty, -1] \cup [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, dată prin $f_k(x) = \sqrt{x^2 + x} - kx$, unde k este un număr real fixat. Calculați:

(2p) a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f_1(x)$.

(2p) b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f_{2021}(x)}{f_{2022}(x)}$.

(3p) c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f_{\sqrt{2}}(x)}{x^2 - 1}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.